ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ & ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

Αν η τ.μ. X είναι **διακριτή**, τότε η $\boldsymbol{f_X(x) = P(X = x)}$ καλείται **Συνάρτηση Πιθανότητας (Σ.Π.)** και έχει τις εξής ιδιότητες:

- $f_X(x) \geq 0$
- $\sum_x f_X(x) = 1$

Αν η τ.μ. X είναι **συνεχής**, τότε η $\boldsymbol{f_X(x)}$ καλείται **Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (Σ.Π.Π.)** και έχει τις εξής ιδιότητες:

- $f_X(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)\, dx = 1$

Αν η τ.μ. X είναι **διακριτή**, τότε η $\boldsymbol{F_X(x) = P(X \leq x)}$ καλείται **Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής** ή **Συνάρτηση Κατανομής (Σ.Κ.)** και ισούται με:

$$\boldsymbol{F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i) = \sum_{x_i \leq x} f_X(x_i)}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ f_X(x_1), & x_1 \leq x \leq x_2 \\ f_X(x_1) + f_X(x_2), & x_2 \leq x \leq x_3 \\ \dots & \\ 1, & x \geq x_n \end{cases}$$

Όταν η τ.μ. X είναι διακριτή, τότε η **Σ.Κ.** έχει τις εξής ιδιότητες:

- $F_X(x) \geq 0$
- $\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0, \quad \lim_{x \to \infty} F_X(x) = 1$
- Η $F_X(x)$ είναι μη φθίνουσα, δηλαδή για κάθε $\beta > \alpha \Rightarrow F_X(\beta) > F_X(\alpha)$
- $P(\alpha < X \leq \beta) = F_X(\beta) - F_X(\alpha),\ \mu\varepsilon\ \alpha \leq \beta$

Αν η τ.μ. X είναι **συνεχής**, τότε η $\boldsymbol{F_X(x) = P(X \leq x)}$ καλείται **Συνάρτηση Κατανομής (Σ.Κ.)** και ισούται με:

$$\boldsymbol{F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t) dt}$$

Όταν η τ.μ. X είναι συνεχής, τότε η **Σ.Κ.** έχει τις εξής ιδιότητες:

- $F_X(x) \geq 0$
- $\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0, \quad \lim_{x \to \infty} F_X(x) = 1$
- Η $F_X(x)$ είναι μη φθίνουσα, δηλαδή για κάθε $\beta > \alpha \Rightarrow F_X(\beta) > F_X(\alpha)$
- $P(\alpha < X \leq \beta) = P(\alpha \leq X \leq \beta) = P(\alpha \leq X < \beta) = P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f_X(x)\, dx = F_X(\beta) - F_X(\alpha)$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

Ισχύει επίσης ότι:

$$\frac{\boldsymbol{dF_X(x)}}{\boldsymbol{dx}} = \boldsymbol{f_X(x)}$$

<u>Σχόλιο</u>: Αν ζητηθεί ο υπολογισμός μέτρων θέσης που αφορούν τη διάταξη των παρατηρήσεων, θα εργαστούμε με τη Σ.Κ. ως εξής:

- Εύρεση **Διαμέσου** (Μ):
$$\boldsymbol{F_X(x) = 0.5} \Rightarrow \cdots \Rightarrow x = \ldots$$

- Εύρεση **1ου Τεταρτημορίου** (Q_1):
$$\boldsymbol{F_X(x) = 0.25} \Rightarrow \cdots \Rightarrow x = \ldots$$

- Εύρεση **3ου Τεταρτημορίου** (Q_3):
$$\boldsymbol{F_X(x) = 0.75} \Rightarrow \cdots \Rightarrow x = \ldots$$

- Εύρεση **kου Ποσοστημορίου** (P_k):
$$\boldsymbol{F_X(x) = \frac{k}{100}} \Rightarrow \cdots \Rightarrow x = \ldots$$

<u>Σχόλιο</u>: Αν ζητηθεί ο υπολογισμός της **επικρατούσας τιμής** (M_0)θα εργαστούμε ως εξής:

$$\frac{\boldsymbol{df_X(x)}}{\boldsymbol{dx}} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \cdots \Rightarrow x = \ldots$$

<u>Πρόταση</u>: Έστω $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ανεξάρτητες και ισόνομες συνεχείς τ.μ. Ορίζουμε ως:

$$x_{(n)} = max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \rightarrow \boldsymbol{f_{x_{(n)}}(x) = n\,[F_X(x)]^{n-1}\,f_X(x)}$$

$$x_{(1)} = min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \rightarrow \boldsymbol{f_{x_{(1)}}(x) = n\,[1 - F_X(x)]^{n-1}\,f_X(x)}$$

Αριθμητικά Χαρακτηριστικά Τ.Μ.

Η **Αναμενόμενη Τιμή** ή **Μέση Τιμή** μιας τ.μ. X συμβολίζεται ως $\boldsymbol{E(X)}$ ή $\boldsymbol{\mu_X}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{E(X)} = \begin{cases} \sum_{x} \boldsymbol{xf_X(x)}, & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{xf_X(x)dx}, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}$$

Γενικότερα, ισχύει ότι:

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

$$\boldsymbol{E[h(X)]} = \begin{cases} \sum_{x} \boldsymbol{h(x) f_X(x)}, & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{h(x) f_X(x) dx}, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}$$

Η **Διακύμανση** ή **Διασπορά** μιας τ.μ. X συμβολίζεται ως $\boldsymbol{Var(X)}$ ή $\boldsymbol{\sigma_X^2}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{Var(X)} = \begin{cases} \sum_{x} \boldsymbol{[X - E(X)]^2 f_X(x)}, & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{[X - E(X)]^2 f_X(x) dx}, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}$$

Εναλλακτικά ισχύει:

$$\boldsymbol{Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2}$$

όπου:

$$\boldsymbol{E(X^2)} = \begin{cases} \sum_{x} \boldsymbol{x^2 f_X(x)}, & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{x^2 f_X(x) dx}, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}$$

Η **Τυπική Απόκλιση** μιας τ.μ. X συμβολίζεται ως $\boldsymbol{\sigma_X}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{\sigma_X = \sqrt{Var(X)}}$$

Η **Συνδιακύμανση** ή **Συνδιασπορά** δυο τ.μ. X και Y συμβολίζεται ως $\boldsymbol{Cov(X,Y)}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{Cov(X,Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [(X_i - \mu_X)(Y_i - \mu_Y)]}$$

Εναλλακτικά ισχύει:

$$\boldsymbol{Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)\, E(Y)}$$

Ο **Συντελεστής Συσχέτισης** δυο τ.μ. X και Y συμβολίζεται ως $\boldsymbol{\rho(X,Y)}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\, \sigma_Y}, \quad -1 \leq \rho(X,Y) \leq 1}$$

Ιδιότητες Μέσης Τιμής

- $E(\alpha) = \alpha$
- $E(\alpha X) = \alpha E(X)$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

- $E(\sum_{i=1}^{n} X_i) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i)$
- $E(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i E(X_i)$
- $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
- $E(X-Y) = E(X) - E(Y)$
- Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητες τ.μ. τότε:

  $E(XY) = E(X)E(Y)$
- $E(aX + \beta Y) = aE(X) + \beta E(Y)$
- $E(aX - \beta Y) = aE(X) - \beta E(Y)$

Ιδιότητες Διακύμανσης

- $Var(\alpha) = 0$
- $Var(X + \alpha) = Var(X)$
- $Var(\alpha X) = \alpha^2 Var(X)$
- $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)$
- Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητες τ.μ. τότε:

  $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$
- $Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y) - 2Cov(X,Y)$
- Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητες τ.μ. τότε:

  $Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y)$
- $Var(aX + \beta Y) = a^2 Var(X) + \beta^2 Var(Y) + 2a\beta Cov(X,Y)$
- Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητες τ.μ. τότε:

  $Var(aX + \beta Y) = a^2 Var(X) + \beta^2 Var(Y)$
- $Var(aX - \beta Y) = a^2 Var(X) + \beta^2 Var(Y) - 2a\beta Cov(X,Y)$
- Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητες τ.μ. τότε:

  $Var(aX - \beta Y) = a^2 Var(X) + \beta^2 Var(Y)$
- $Var(\sum_{i=1}^{n} X_i) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i) + \sum_{i \neq j} Cov(X_i, X_j)$
- Αν οι X_i είναι ανεξάρτητες τ.μ., τότε:

  $$Var\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i)$$
- $Var(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 Var(X_i) + 2\sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j Cov(X_i, X_j)$
- Αν οι X_i είναι ανεξάρτητες τ.μ., τότε:

  $$Var\left(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 Var(X_i)$$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

Ιδιότητες Συνδιακύμανσης

- $Cov(X, X) = Var(X)$
- $Cov(X, a) = 0$
- $Cov(a_1X, a_2Y) = a_1a_2Cov(X, Y)$
- $Cov(a_1X + \beta_1, a_2Y + \beta_2) = a_1a_2Cov(X, Y)$
- $Cov(X + Y, Z) = Cov(X, Z) + Cov(Y, Z)$
- $Cov(X, Y + Z) = Cov(X, Y) + Cov(X, Z)$
- $Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$
- Αν οι X, Y ασυσχέτιστες:

  $Cov(X, Y) = 0$
- $Cov(\alpha X + \beta, Y) = \alpha Cov(X, Y)$
- $Cov(a_1X_1 + a_2X_2, \beta Y) = a_1\beta Cov(X_1, Y) + a_2\beta Cov(X_2, Y)$
- $Cov(a_1X_1 + a_2X_2, \beta_1Y_1 + \beta_2Y_2) = a_1\beta_1Cov(X_1, Y_1) + a_1\beta_2Cov(X_1, Y_2) + a_2\beta_1Cov(X_2, Y_1) + a_2\beta_2Cov(X_2, Y_2)$

Ανισότητα Markov

Έστω X μια μη αρνητική διακριτή τ.μ. για την οποία υπάρχει η μέση τιμή $E(X)$, τότε $\forall\, t > 0$ ισχύει:

$$\boldsymbol{P(X \geq t) \leq \frac{E(X)}{t}}$$

Ανισότητα Chebyshev

Αν X είναι μια τ.μ. με μέση τιμή μ και διακύμανση σ^2, τότε $\forall\, t > 0$ ισχύει:

$$\boldsymbol{P(|X - \mu| \geq t) \leq \frac{\sigma^2}{t^2}}$$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

Ροπές

Η **Ροπή r – τάξης** μιας τ.μ. X ορίζεται ως:

$$\boldsymbol{\mu_r = E(X^r) = \begin{cases} \sum_x x^r f_X(x), & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^r f_X(x) dx, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}}$$

Η **Κεντρική Ροπή r – τάξης** μιας τ.μ. X ορίζεται ως:

$$\boldsymbol{c_r = E[(x - E(X))^r] = \begin{cases} \sum_x [x - E(X)]^r f_X(x), & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^r f_X(x) dx, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}}$$

Η **Ροπογεννήτρια Συνάρτηση** μιας τ.μ. X ορίζεται ως:

$$\boldsymbol{M_t = E(e^{tX}) = \begin{cases} \sum_x e^{tx} f_X(x), & X: \textit{διακριτή τ.μ.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f_X(x) dx, & X: \textit{συνεχής τ.μ.} \end{cases}}$$

Δυσδιάστατες Τυχαίες Μεταβλητές

Έστω X και Y δυο **διακριτές** τ.μ., τότε η $\boldsymbol{f_{XY}(x,y) = P(X = x, Y = y)}$ καλείται **Από Κοινού Συνάρτηση Πιθανότητας (Α.Κ.Σ.Π.)** και έχει τις εξής ιδιότητες:

- $f_{XY}(x,y) \geq 0$
- $\sum_x \sum_y f_{XY}(x,y) = 1$

Έστω X και Y δυο **συνεχείς** τ.μ., τότε η $\boldsymbol{f_{XY}(x,y)}$ καλείται **Από Κοινού Συνάρτηση Πυκνότητας (Α.Κ.Σ.Π.)** και έχει τις εξής ιδιότητες:

- $f_{XY}(x,y) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y)\, dxdy = 1$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

Έστω X και Y δυο τ.μ., τότε ως **Από Κοινού Συνάρτηση Κατανομής (Α.Κ.Σ.Κ)** ορίζουμε τη Συνάρτηση $\boldsymbol{F_{XY}(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y)}$ και ισούται με:

$$\boldsymbol{F_{XY}(x,y)} = \begin{cases} \sum_{x_i \leq x} \sum_{y_i \leq y} \boldsymbol{P(X = x_i, Y = y_i)}, & \text{αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{y} \int_{-\infty}^{x} \boldsymbol{f_{XY}(x,y)\, dxdy}, & \text{αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω X και Y δυο τ.μ. με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε η $\boldsymbol{f_X(x)}$ καλείται **Περιθώρια Συνάρτηση Πιθανότητας της $\boldsymbol{X}$** και ισούται με:

$$\boldsymbol{f_X(x)} = \begin{cases} \sum_{y} \boldsymbol{f_{XY}(x,y)}, \text{αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{f_{XY}(x,y)\, dy}, \text{αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω X και Y δυο τ.μ. με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε η $\boldsymbol{f_Y(y)}$ καλείται **Περιθώρια Συνάρτηση Πιθανότητας της $\boldsymbol{Y}$** και ισούται με:

$$\boldsymbol{f_Y(y)} = \begin{cases} \sum_{x} \boldsymbol{f_{XY}(x,y)}, \text{αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{f_{XY}(x,y)\, dx}, \text{αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω X και Y δυο τ.μ. με Α.Κ.Σ.Π. την $f_{XY}(x,y)$ και περιθώριες συναρτήσεις πιθανότητας $f_X(x)$ και $f_Y(y)$ αντίστοιχα. Οι τ.μ. X και Y είναι **ανεξάρτητες** αν ισχύει:

$$\boldsymbol{f_{XY}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)}$$

Έστω X και Y δυο τ.μ. με Α.Κ.Σ.Π. την $f_{XY}(x,y)$ και $h(X,Y)$ μια συνάρτηση των δυο τ.μ. μεταβλητών. Τότε η **Μέση Τιμή** της συνάρτησης $h(X,Y)$ δίνεται από:

$$\boldsymbol{E[h(X,Y)]} = \begin{cases} \sum_{x} \sum_{y} \boldsymbol{h(x,y) f_{XY}(x,y)}, & \text{αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{h(x,y) f_{XY}(x,y)\, dx} \right] \boldsymbol{dy}, & \text{αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

Έστω δυο τ.μ. X και Y (διακριτές ή συνεχείς) με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$ και περιθώριες συναρτήσεις πιθανότητας $f_X(x)$ και $f_Y(y)$ αντίστοιχα. Τότε οι **Δεσμευμένες Συναρτήσεις** των τ.μ. X και Y, δίνονται από τους τύπους:

$$\boldsymbol{f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_Y(y)}} \quad \textit{και} \quad \boldsymbol{f_{Y|X}(y|x) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_X(x)}}$$

Έστω δυο τ.μ. X και Y με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε ως **Δεσμευμένη (Αθροιστική) Συνάρτηση Κατανομής** $\boldsymbol{F_{X|Y}(x|y)}$ ορίζουμε την:

$$\boldsymbol{F_{X|Y}(x|y)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{t \le x} \boldsymbol{f_{X|Y}(t|y)}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \boldsymbol{f_{X|Y}(t|y)\,dt}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω δυο τ.μ. X και Y με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε ως **Δεσμευμένη (Αθροιστική) Συνάρτηση Κατανομής** $\boldsymbol{F_{Y|X}(y|x)}$ ορίζουμε την:

$$\boldsymbol{F_{Y|X}(y|x)} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{t \le y} \boldsymbol{f_{Y|X}(t|x)}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{y} \boldsymbol{f_{Y|X}(t|x)\,dt}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω δυο τ.μ. X και Y με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε ως **Δεσμευμένη Μέση Τιμή μιας συνάρτησης** $\boldsymbol{h(X)}$ δοθέντος ότι $Y = y$, ορίζουμε την:

$$\boldsymbol{E[h(X)|Y = y]} = \begin{cases} \displaystyle\sum_{x} \boldsymbol{h(x) f_{X|Y}(x|y)}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{h(x) f_{X|Y}(x|y)\,dx}\,, \textit{αν } X, Y \textit{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

<u>Σχόλιο</u>: Στην ειδική περίπτωση όπου $\boldsymbol{h(X) = x}$, έχουμε:

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ

$$\boldsymbol{E[X|Y=y]} = \begin{cases} \sum_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{x\, f_{X|Y}(x|y)}\,, \text{ αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{x\, f_{X|Y}(x|y)\, dx}\,, \text{ αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

Έστω δυο τ.μ. X και Y με Α.Κ.Σ.Π. $f_{XY}(x,y)$, τότε ως **Δεσμευμένη Μέση Τιμή μιας συνάρτησης $\boldsymbol{h(Y)}$** δοθέντος ότι $X = x$, ορίζουμε την:

$$\boldsymbol{E[h(Y)|X=x]} = \begin{cases} \sum_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{h(y) f_{Y|X}(y|x)}\,, \text{ αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{h(y) f_{Y|X}(y|x)\, dy}\,, \text{ αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

<u>Σχόλιο</u>: Στην ειδική περίπτωση όπου $\boldsymbol{h(Y) = y}$, έχουμε:

$$\boldsymbol{E[Y|X=x]} = \begin{cases} \sum_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{y\, f_{Y|X}(y|x)}\,, \text{ αν } X, Y \text{ διακριτές τυχαίες μεταβλητές} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{y\, f_{Y|X}(y|x)\, dy}\,, \text{ αν } X, Y \text{ συνεχείς τυχαίες μεταβλητές} \end{cases}$$

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ