

Αντίστροφος Πίνακας

1. Για 2×2 Πίνακα

Αν:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

ένας (τετραγωνικός) 2×2 πίνακας, τότε ο αντίστροφός του προσδιορίζεται από τον ακόλουθο πίνακα:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix},$$

αρκεί $\det A \neq 0$, όπου:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

η ορίζουσα του πίνακα A .

2. Για 3×3 Πίνακα

Αν:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

ένας (τετραγωνικός) 3×3 πίνακας, τότε ο αντίστροφός του προσδιορίζεται από τον ακόλουθο πίνακα:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix},$$

αρκεί $\det A \neq 0$, όπου:

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = \\ &= a_{11} \cdot (a_{22} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32}) - a_{12} \cdot (a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) + \\ &\quad + a_{13} \cdot (a_{21} \cdot a_{32} - a_{22} \cdot a_{31}) = \\ &= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} + \\ &\quad + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} \end{aligned}$$

η ορίζουσα του πίνακα A , και:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{22} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32}$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = -(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31})$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{21} \cdot a_{32} - a_{22} \cdot a_{31}$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -(a_{12} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{32})$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{31}$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = -(a_{11} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{31})$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{12} \cdot a_{23} - a_{13} \cdot a_{22}$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{33} \end{vmatrix} = -(a_{11} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{21})$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

οι αντίστοιχες υποορίζουσες.

ΦΟΙΤΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ